

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА імені О. М. БЕКЕТОВА**

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання практичних занять і самостійної роботи
з дисципліни

**ВИЩА ТА ПРИКЛАДНА МАТЕМАТИКА
(ДОСЛІДЖЕННЯ ОПЕРАЦІЙ 1)**

*(для студентів 2 курсу денної та заочної форм навчання
напряму підготовки 6.030601 «Менеджмент»)*

Харків – ХНУМГ – 2013

Методичні вказівки до виконання практичних занять і самостійної роботи з дисципліни «Вища та прикладна математика (Дослідження операцій 1)» (для студентів 2 курсу денної та заочної форм навчання напряму підготовки 6.030601 «Менеджмент») / Харк. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова; уклад.: Я. В. Санько. – Х. : ХНУМГ, 2013. – 12 с.

Укладач: Я. В. Санько

Рецензент: доц. Є. І. Куш

Рекомендовано кафедрою транспортних систем і логістики,
протокол № 1 від 28 серпня 2012 р.

ЗМІСТ

Завдання № 1. Розв’язання задачі комівояжера методом гілок і границь.....	4
Завдання № 2. Знаходження оптимального плану закупівлі товару в трьохетапній динамічній моделі управління запасами.....	6
Завдання № 3. Знаходження параметрів одноканальної системи масового обслуговування.....	6
Завдання № 4. Побудова сітьового графіка створення приватного підприємства.....	7
Завдання № 5. Задача розподілення капіталовкладень.....	9
Список джерел.....	11

ЗАВДАННЯ № 1.

РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ

КОМІВОЯЖЕРА МЕТОДОМ ГІЛОК І ГРАНИЦЬ

Мета заняття: закріпити практичні навички розв'язання задачі комівояжера.

Завдання: визначити порядок відвідування комівояжером міст із мінімізацією загальних витрат.

Задача. Комівояжер повинен виїхати з заданого міста, відвідати кожне з $n-1$ міст, що залишилися тільки один раз і повернутися до міста, із якого він виїхав. Визначити послідовність об'їзду міст, за якої комівояжер зазнає найменших витрат.

У табл. 1.1 задана вихідна матриця, у якій зазначені витрати на проїзд між кожною парою міст у гривнях.

Таблиця 1.1 – Матриця витрат на переміщення між містами

Місто	1	2	3	4	5	6
1	–	$27+i$	$43-i-j$	$16-j$	$30-j$	$26-i$
2		–	$16+i$	$1+j$	$30-i$	$30-j$
3			–	$35-i$	$5+j$	$21+i$
4				–	$18+i$	$18+j$
5					–	$5+j$
6						–

Вказівки до виконання

1. Визначаються витрати на переміщення між містами за своїм варіантом (i дорівнює останній, а j – передостанній цифрі номеру залікової книжки або студентського квитка).

2. Знаходиться мінімальний гамільтоновий контур для графа з n -вершинами в наступній послідовності:

2.1 Знаходимо в кожному рядку матриці мінімальний елемент і віднімаємо його від усіх елементів відповідного рядка.

2.2 Якщо в матриці, наведеної за рядками, виявляться стовпці, що не містять нуля, то приводимо її за стовпцями.

2.3 Визначаємо константу приведення, що буде нижньою границею множини всіх припустимих гамільтонових контурів.

2.4 Знаходимо ступені нулів для наведеної за рядками і стовпцями матриці.

2.5 Визначаємо дугу, для якої ступінь нульового елемента сягає максимального значення.

2.6 Розбиваємо множину всіх гамільтонових контурів на дві підмножини.

2.7 Порівнюємо нижні границі підмножини гамільтонових контурів.

2.8 Процес розбивання множин на підмножини супроводжується побудовою «дерева розгалужень».

3. Порівнюємо довжину гамільтонового контуру з нижніми границями обірваних гілок. Якщо довжина контуру не перевищує їхніх нижніх границь, то завдання вирішене. У протилежному випадку розвиваємо гілки підмножин із нижньою границею, меншою за отриманий контур, доти, поки не одержимо маршрут із найменшими витратами або не переконаємося, що такого не існує.

Контрольні питання

1. Які існують методи розв'язання задачі комівояжера?
2. Яким чином приводиться матриця за рядками та стовпцями?
3. Яким чином визначається нижня границя множини всіх припустимих гамільтонових контурів?
4. Як утворюється «дерево розгалужень»?
5. Що таке оптимальний маршрут?

ЗАВДАННЯ № 2.

ЗНАХОДЖЕННЯ ОПТИМАЛЬНОГО ПЛАНУ ЗАКУПІВЛІ ТОВАРУ В ТРЬОХЕТАПНІЙ ДИНАМІЧНІЙ МОДЕЛІ УПРАВЛІННЯ ЗАПАСАМИ

Мета заняття: закріпити практичні навички знаходження оптимального плану закупівлі товарів у динамічних моделях управління запасами.

Завдання: скласти оптимальний план закупівлі товару в трьохетапній динамічній моделі управління запасами.

Задача. У крупній фірмі з продажу побутової техніки використовується динамічна модель управління запасами продукції (дефіцит у цій моделі не допускається). Попит на продукцію, витрати на зберігання й організаційні витрати змінюються від етапу (періоду часу) до етапу (табл. 2.1). Вихідний запас продукції дорівнює $X_0 = 1$. При цьому витрати на закупівлю товару складають 75 грн. для перших 2-х одиниць придбаної продукції і 30 грн. для кожної додаткової одиниці.

Необхідно знайти оптимальний план закупівлі товару у випадку трьохетапної моделі управління запасами.

Таблиця 2.1 – Вихідні дані

Етапи	Попит G_i , од.	Організаційні витрати, K_i , грн.	Витрати на зберігання, h_i , грн.
1	4	$13+j$	$2+j$
2	3	$17+j+i$	$3+i$
3	5	$25-j$	$12-i$

Вказівки до виконання

1. Визначаються попит на продукцію, витрати на зберігання й організаційні витрати за своїм варіантом (i дорівнює останній, а j – передостанній цифрі номеру залікової книжки або студентського квитка).
2. Для знаходження оптимального плану закупівлі товару необхідно:
 - 2.1 Визначити витрати на придбання продукції.
 - 2.2 Визначити сумарні витрати системи управління запасами на i -ому етапі.
 - 2.3 Визначити витрати на зберігання товарів на i -ому етапі, при цьому необхідно знайти межі кількості продукції, що замовляється.
 - 2.4 Визначити мінімальні витрати на запаси залежно від кількості замовляємої продукції на кінець i -го етапу за рівнянням Белмана.

Контрольні питання

1. Що таке запаси?
2. Що є причиною появи запасів?
3. Із чим пов'язана проблема раціональної організації запасів засобів виробництва?
4. Які існують види запасів?
5. Які є моделі управління запасами?
6. Що таке управління запасами?
7. За якою залежністю вирішується задача оптимальної партії?

ЗАВДАННЯ № 3.

ЗНАХОДЖЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ОДНОКАНАЛЬНОЇ СИСТЕМИ МАСОВОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ

Мета заняття: закріпити практичні навички знаходження параметрів системи масового обслуговування.

Завдання: знайти параметри одноканальної системи масового обслуговування.

Задача. Відомості про режим функціонування відділу банку вказують на те, що клієнти приходять у відділ згідно з пуасонівським розподілом, а середня інтенсивність прибуття клієнтів дорівнює $\lambda = 5 + i$ чоловік за годину. Тривалість виконання робіт, пов'язана з обслуговуванням клієнтів, задовольняє експоненціальному закону із середнім значенням $10 + i$ хвилин на одного клієнта.

Необхідно знайти скільки в середньому відділ банку не обслуговує клієнтів? Який середній час перебування клієнта в системі (тобто в черзі й на обслуговуванні)?

Вказівки до виконання

1. Визначаються інтенсивність прибуття клієнтів і тривалість виконання робіт, пов'язана з обслуговуванням клієнтів за своїм варіантом (i дорівнює останній цифрі номеру залікової книжки або студентського квитка).

2. До параметрів одноканальної системи масового обслуговування, які необхідно знайти, належать:

- 2.1 Режим роботи системи.
- 2.2 Час обслуговування клієнта в системі.
- 2.3 Час очікування клієнта в системі.
- 2.4 Середня кількість клієнтів, що перебувають у черзі.
- 2.5 Імовірність знаходження системи без клієнтів.
- 2.6 Абсолютна пропускна здатність системи.
- 2.7 Відносна пропускна здатність системи.

Контрольні питання

1. Що таке теорія масового обслуговування?
2. Які існують типи систем масового обслуговування?
3. Які існують умови виникнення черги?
4. Що входить до складу основних характеристик систем масового обслуговування?
5. Які існують критерії ефективності систем масового обслуговування?

ЗАВДАННЯ № 4.

ПОБУДОВА СІТЬОВОГО ГРАФІКА СТВОРЕННЯ ПРИВАТНОГО ПІДПРИЄМСТВА

Мета заняття: закріпити практичні навички побудови сітьового графіка та розрахунку параметрів сітьової моделі.

Завдання: побудувати сітьовий графік створення приватного підприємства (ПП) і розрахувати параметри сітьової моделі.

Задача. Форма реєстрації підприємства – приватне підприємство, засновниками якого є дві фізичні особи. Відомо, що основними етапами створення приватного підприємства є формування статуту ПП, державна реєстрація, реєстрація в районних інстанціях (Управління статистики, Податкова інспекція, Управління Пенсійного фонду України, Управління (відділ) Фонду соціального страхування з тимчасової втрати працездатності, Управління (відділ) Фонду загальнодержавного страхування з нагоди безробіття, (Центр зайнятості, Управління (відділ) Фонду соціального страхування від нещасних випадків на виробництві, Дозвільна система місцевого управління МВС України), отримання печатки, відкриття банківського рахунку.

Перелік робіт, які необхідно виконати для створення ПП надано в табл. 4.1.

Таблиця 4.1 – Перелік робіт, необхідних для створення власного ПП

№	Зміст роботи	Тривалість робіт, дн.	Попередня робота
Підготовчі роботи			
1	Формування статутного капіталу	$7+i+j$	-
2	Оформлення протоколу зборів засновників	$1+j$	1
Державна реєстрація ПП			
3	Подання реєстраційної картки	$0,2+0,05 \cdot j$	2
4	Подання статуту підприємства	$0,2+0,05 \cdot i$	2
5	Квитанція про сплату реєстраційного збору	$0,2+0,05 \cdot j$	3,4
6	Отримання свідоцтва про державну реєстрацію	$2+j$	5
7	Реєстрація ПП у районних інстанціях	$5+i$	6
8	Отримання на руки довідок із районних інстанцій	$5+i$	6,7
9	Дозвіл на виготовлення печатки	$1+j$	6,8
10	Отримання печатки ПП	$0,2+0,05 \cdot j$	9
11	Відкриття банківського рахунку	-	6,8,10

Вказівки до виконання

1. Розрахувати тривалість робіт за своїм варіантом (i дорівнює останній, а j – передостанній цифрі номеру залікової книжки або студентського квитка).
2. Побудувати сітьовий графік у вигляді схеми.
3. Визначити тимчасові характеристики подій:
 - 3.1 самий ранній строк настання подій у мережі;
 - 3.2 самий пізній строк настання подій у мережі;
 - 3.3 резерв часу настання події.

4. Визначити тимчасові характеристики робіт:
 - 4.1 ранній строк початку робіт;
 - 4.2 ранній строк завершення робіт;
 - 4.3 пізній строк початку робіт;
 - 4.4 пізній строк завершення робіт.
5. Визначити резерви часу виконання робіт:
 - 5.1 повний (загальний) резерв;
 - 5.2 вільний резерв;
 - 5.3 винятковий за ранніми строками настання подій;
 - 5.4 винятковий за пізніми строками настання подій.
6. Встановити критичний шлях на сітьовому графіку.
7. Усі розраховані характеристики робіт і подій звести до таблиці.

Контрольні питання

1. Що таке сітьова модель і сітьовий графік?
2. Поняття фіктивної роботи. Чому вона дорівнює?
3. Що таке подія та який вона має характер?
4. Наведіть приклад сітьового графіка.
5. Яких правил варто дотримуватися під час побудови сітьового графіка?
6. Яка сітка називається структурною?

ЗАВДАННЯ № 5.

ЗАДАЧА РОЗПОДІЛУ КАПІТАЛОВКЛАДЕНЬ

Мета заняття: закріпити практичні навички рішення задачі про розподілення капіталовкладень.

Завдання: розподілити капіталовкладення між фірмами для отримання максимального доходу від інвестицій.

Задача. Рада директорів фірми вивчає пропозиції щодо нарощування виробничих потужностей на трьох підприємствах, що належать фірмі. Для розширення всіх трьох підприємств фірма виділяє кошти в обсязі $10 + i$ млн грн. Кожне підприємство подає на розгляд проекти, які характеризуються величинами (млн грн.) сумарних витрат (c_i) й очікуваного прибутку (R_i), пов'язаних з реалізацією кожного з проектів. Залучені також проекти з нульовими витратами, що дозволяє врахувати можливість відмови від розширення будь-якого підприємства.

Мета фірми – отримати максимальний очікуваний прибуток від інвестицій в обсязі $10 + i$ млн грн.

Таблиця 5.1 – Проекти сумарних витрат та очікуваних прибутків

Проект	Підприємство 1		Підприємство 2		Підприємство 3	
	c_1	R_1	c_2	R_2	c_3	R_3
1	0	0	0	0	0	0
2	$1+i$	$2+j$	$3+i$	$2+i$	$1+j$	$3+i$
3	$2+i$	$6+j$	$3+j$	$2+i$	-	-
4	-	-	$4+j$	$5+i$	$2+i$	$3+j$

Вказівки до виконання

1. Визначаються показники інвестицій, витрат та очікуваних прибутків за своїм варіантом (i дорівнює останній, а j – передостанній цифрі номеру залікової книжки або студентського квитка).

2. Визначити обсяг капіталовкладень, виділених для модернізації першого підприємства, за проектами, відповідні витрати та максимальний очікуваний прибуток від модернізації першого підприємства.

3. Визначити обсяг капіталовкладень, виділених для модернізації перших двох підприємств, за проектами, відповідні витрати та максимальний очікуваний прибуток від модернізації перших двох підприємств. Розглянути варіанти в порядку зростання кількості коштів, що виділяються на модернізацію перших двох підприємств. Скласти відповідну таблицю. Недопустимі варіанти викреслюються з розрахункової таблиці.

4. Визначити обсяг капіталовкладень, виділених для модернізації всіх трьох підприємств, за проектами, відповідні витрати та максимальний очікуваний прибуток від модернізації всіх трьох підприємств.

5. Обрати варіант, за якого буде отримано максимальний очікуваний прибуток від вкладеного обсягу інвестицій.

Контрольні питання

1. Що є критерієм оптимальності в задачах динамічного програмування?
2. Які типи задач можна вирішувати за допомогою динамічного програмування?
3. Яке рівняння використовується для вирішення задачі про розподілення капіталовкладень?

СПИСОК ДЖЕРЕЛ

1. Системологія на транспорті. Дослідження операцій у транспортних системах [Гаврилов Е. В., Дмитриченко М. Ф., Доля В. К. та ін.] ; за ред. М. Ф. Дмитриченка – К. : Знання України, 2009. – 375 с. – (5 кн./ Гаврилов Е. В., Дмитриченко М. Ф., Доля В. К. та ін.; кн. 3).
2. Исследование операций в экономике / [под ред. Н.Ш. Кремера]. – М. : ЮНИТИ, 2006. – 407 с.
3. Хемди А. Таха. Введение в исследование операций / Хемди А. Таха. ; пер. с англ. – М. : Издательский дом "Вильямс", 2005. – 912 с.
4. Кожин А. П. Математические методы в планировании и управлении грузовыми автомобильными перевозками: Учеб. для вузов / А. П. Кожин, В. Н. Мезенцев. – М. : Транспорт, 1994. – 304 с.

Навчальне видання

Методичні вказівки
до виконання практичних занять і самостійної роботи
з дисципліни

**«ВИЩА ТА ПРИКЛАДНА МАТЕМАТИКА
(ДОСЛІДЖЕННЯ ОПЕРАЦІЙ 1)»**

*(для студентів 2 курсу денної та заочної форм навчання
напряму підготовки 6.030601 «Менеджмент»)*

Укладач **САНЬКО** Ярослав Володимирович

Відповідальний за випуск *В. К. Доля*

За авторською редакцією

Комп'ютерне верстання *І. В. Волосожарова*

План 2013, поз. 493М

Підп. до друку 13. 10. 2013

Формат 60x84/16

Друк на ризографі

Ум. друк. арк. 0,7

Зам. №

Тираж 50 пр.

Видавець і виготовлювач:

Харківський національний університет
міського господарства імені О. М. Бекетова
вул. Революції, 12 Харків, 61002

Електронна адреса: rectorat@ksame.kharkov.ua

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:

ДК № 4064 від 12.05.2011 р.